

首都圏一貫模試

小6 適性検査 I

注 意

1. 「はじめ」の合図があるまで、問題用紙を開いてはいけません。
2. 問題は、大問3題で7ページあります。
3. 氏名などを**解答用紙の決められたところ**に記入ください。
4. 声を出して読むではいけません。
5. 解答は、すべて**解答用紙の決められたところ**に記入ください。
6. 適性検査 I の時間は45分です。

1 次の会話文を読んで、あとの問いに答えなさい。

太郎：神社の秋祭りで見たビー玉のパチンコを、まねして作ってみたよ。

花子：上手に作ったね。

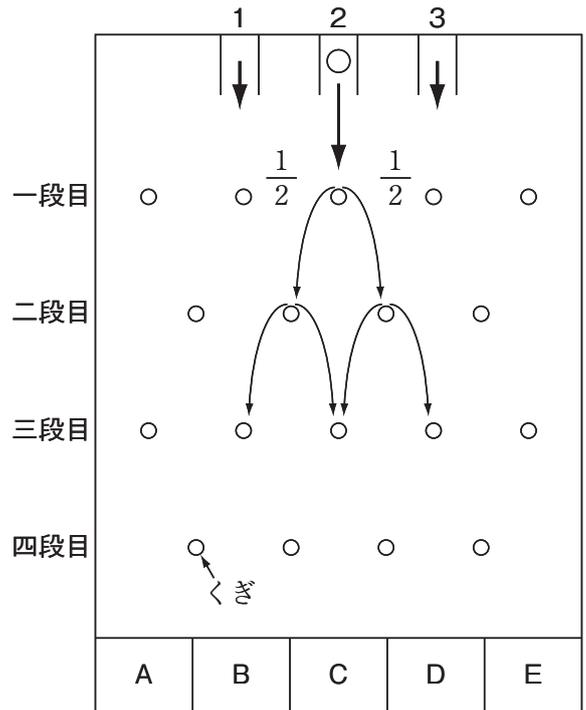
太郎：はね方を考えて、一段目のくぎに当たったビー玉が、二段目の左右のくぎにちょうど当たるように工夫するのが難しかったよ。

次郎：ビー玉は、実際にはどういう動きをして転がっていくのかな。

太郎：それでは、2からスタートして①一段目の真ん中のくぎに当たるようにビー玉を転がして、どのような動きでどこに転がっていくのかを確かめてみよう。

次郎：ビー玉が16個あるので、さっそく転がしてみよう。

花子：何だかワクワクするわね。



問題1 —— 線部①について、太郎君たちはビー玉の動きを確かめるために、一段目の真ん中のくぎにぶつかるようにビー玉16個を転がしてみました。くぎにぶつかったビー玉は常に $\frac{1}{2}$ の確率で左右に分かれるものとして、A～Eの枠にいくつずつ入ったかを答えなさい。

太郎：面白い結果になったね。せっかくだから、ゲーム性を持たせるためにルールを決めて、当たりの枠とはずれの枠を作るとよいのではないかと思うんだけど。

花子：それなら1～3のどこからスタートしてもよいことにして、5つの枠を当たり2つとはずれ3つにわけておくのがよいと思うよ。

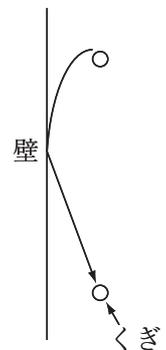
次郎：どこを当たりにして、どこをはずれにするかだね。

花子：1～3のそれぞれからビー玉を転がしてみて、最も入りにくい枠から順番に2つを当たりにするというのがよいのではないかな。

次郎：ところで、1や3からスタートして壁にぶつかったビー玉は、そのあとどう動くのかな。

太郎：試してみたところ、壁にぶつかったビー玉は、右の図のように一段とばして真下にあるくぎにぶつかることが分かっているよ。

太郎：それでは花子さんの言うように、調べた結果で当たりとはずれの枠を決めて、みんなで遊んでみよう。



問題2 3人は調べた結果をもとに、どの枠を当たり枠として決定したのかを答えなさい。また、そのように判断した理由を数値を使ってくわしく説明しなさい。

花子：ところで、お祭りですくった金魚が、最近元気がなくて少し心配なんだけれど。

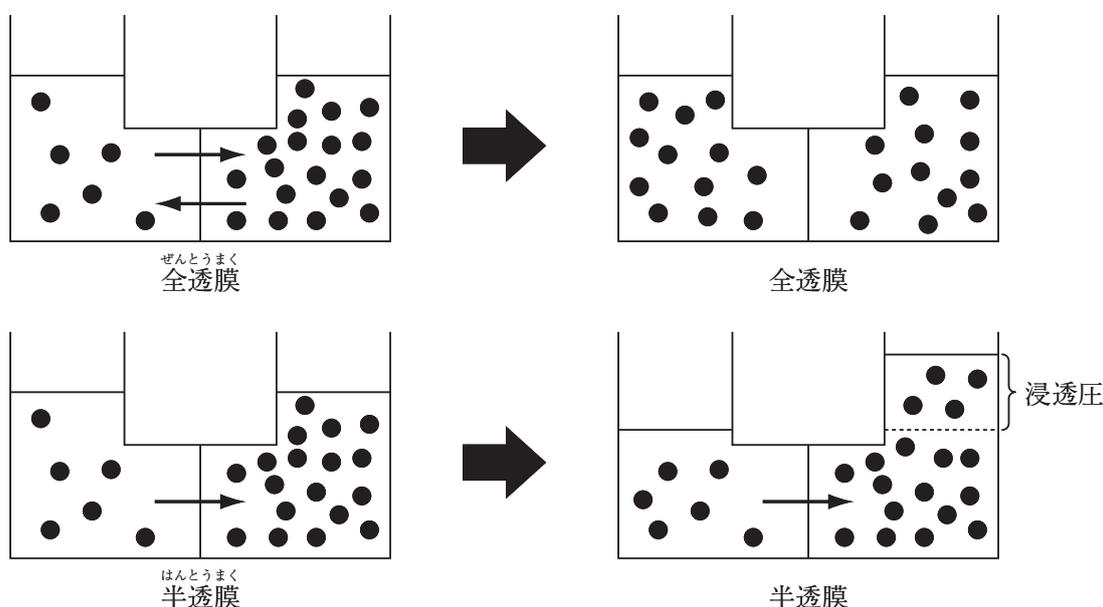
太郎：それなら0.5%くらいのうすい食塩水に入れてやると元気になるかもしれないよ。

次郎：そういえば、そんなことを聞いたことがあるね。

太郎：浸透圧しんとうあつの関係で、金魚のような淡水魚たんすいぎょは体液がうすまってしまうので、塩分を体内に残しながら、うすい尿にょうを出すことでバランスをとっているんだ。その塩分調整がうまくいかなくなって弱ってしまうことが多いので、水そうの中の水を体液に近い濃度のうどにしてやることで、調整の必要がなくなって元気になるみたいだね。

花子：浸透圧って何？

太郎：ちょっと待って。理科辞典で調べてみるから。



太郎：自然界では濃度のちがいがあれば同じ濃度になるように、こい方からうすい方に粒子が拡散していくということらしいよ。上の図のように、すべての物質を通す全透膜であれば、やがて粒子がこい方からうすい方へと移動して、全体として同じこさになっていくようだね。ただし、粒子が移動できない半透膜の場合は、膜の両側で同じこさになるように水だけが移動するらしい。このとき、膜の両側で発生した圧力のちがいが浸透圧ということだね。

花子： ということわざがあるけれど、これも浸透圧の問題と関係があったのね。

次郎：まるでしおれたように元気がなくなるという意味だったね。

問題3 花子さんの会話文の空らんにあてはまることわざを考えて答えなさい。

問題4 会話文を参考にして、海水魚が海の中でどのようにして塩分調整をしているのかを考えて説明しなさい。

2 次の会話文を読んで、あとの問いに答えなさい。

先生：今日は、面白いパズルをしようと思います。

花子：わあ、先生楽しそう。どんなパズルですか。

先生：てんびんパズルというパズルです。いろいろな問題があつてけっこう頭を使います。頭の体操にはもってこいのパズルです。

太郎：先生、早く出して下さい。

先生：それでは、さっそくやってみましょう。

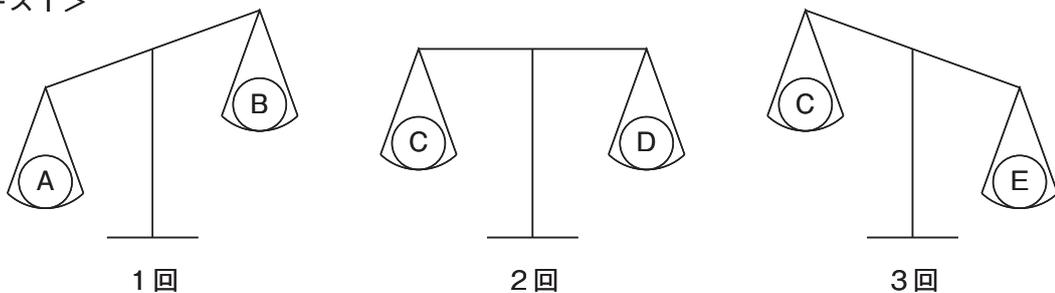
<問題A>

A、B、C、D、Eの5つの球があります。このうち3つはちょうど1kgの重さですが、1つは1.1kgで、もう一つは0.9kgだということがわかっています。これらは見かけだけでは区別できないので、てんびんを使って1.1kgと0.9kgの球を見つけようと思います。てんびんを3回使えば見つけることができます。どのようにしたらいいでしょう。

太郎：たった3回ですか。ずいぶん難しそうですね。

先生：いや。よく考えればそれほど難しくありませんよ。君たちは初めてだから、すこし説明します。まず1つは、次の<ケース1>の場合です。

<ケース1>



最初にAとBを比べてAの方が重くて、そのあとCとDを比べたらつりあった場合です。このときは、つりあったCとDのどちらかと残ったEを比べます。それで2つの球がどれかわかるはずですよ。

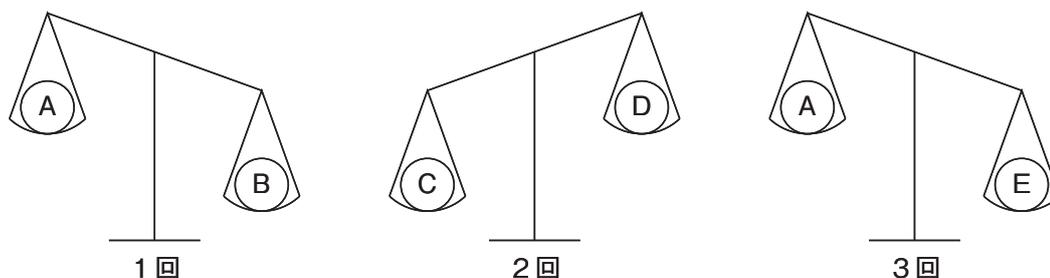
花子：本当ですか。それでは考えてみます。まず、AとBを比べてAの方が重かったから、Aが1.1kgの球かしら。

太郎：ちがうよ。そうかもしれないけど、Bが0.9kgの球の場合もそうなるでしょ。だから、この話だけ考えてもだめだと思うよ。CとDがつりあった次の話とあわせて考えればいいんだよ。CとDは1kgの球で決定するから、A、B、Eの中に1.1kgと0.9kgの球が入っているよね。これだけだと、Aが1kg Bが0.9kg、Aが1.1kg Bが0.9kg、Aが1.1kg Bが1kgの3通りが考

えられるんだよね。このことから、残りのEも3通り考えられるんだ。だから、Eを調べればAとBも決められるよね。そこでCとEを比べて、もしつりあえばEは1kg、Eの方が重ければEが1.1kg、Eの方が軽ければEが0.9kgだとなって全部わかるということだと思います。だから、〈ケース1〉ではEが1.1kg、Bが0.9kgです。

先生：太郎君すばらしいね。そんなふう^{すじみち}に筋道を立てて考えればわかりますよね。それでは、〈ケース2〉はどう考えられますか。

〈ケース2〉



問題1 〈ケース2〉の場合のそれぞれの球の重さを求めなさい。

花子：先生、とても面白いからほかにもてんびんパズルをもっと出してください。

先生：てんびんパズルはたくさんの種類があって、先生がうんうん^{なん}なってもなかなか解けない難問^{もん}もあります。それでは、こんどは説明なしで次の問題を解いてもらいましょう。

〈問題B〉

A、B、C、D、E、F、G、H、Iの9つの球があります。このうち8つは同じ重さですが、1つだけ他の球より少し軽い球があります。てんびんを2回だけ使って、軽い球がどれかを調べる方法を考えなさい。

太郎：こんどは1つだけですか。それも他より軽いということがわかっているんですね。考えてみます。

問題2 先生が追加した問題Bに答えなさい。どのように調べて、その結果がどうなったらどの球が軽い球だとわかるのかを、わかりやすく説明しなさい。

3 次の会話文を読んで、あとの問いに答えなさい。

先生：江戸時代の日本では、「和算」と呼ばれる算術が行われていました。

花子：私たちが学んでいる、現在の算数と同じですか。

先生：算数に近い内容もあれば、中・高校生が学習するような数学レベルの内容もあったようです。写真は神社に奉納された「算額」と呼ばれる算術問題の絵馬です。解答が示されていないため、参拝客はこの「算額」を見て問題を解き、見事に解けたときには解法を書いた絵馬を奉納するという、まるでクイズ大会のようなやりとりをしていたようです。そこで今日は、「和算」の中から「鉤股弦の定理」について考えてみようと思います。

太郎：鉤股弦って何ですか。

先生：わかりやすく言うと、直角三角形のことです。直角三角形の3つの辺にはある特別な関係があるので、それを利用して複雑な図形の問題を解くことができます。ために、次の問題を考えてみてください。1辺12cmの正方形があります。その正方形の中におさまった図1のような三角形の面積を求める問題です。

太郎：三角形の面積の出し方はわかるけれど、これでは高さがわからないので面積は求められません。

花子： という方法で求められるのではないかしら。

太郎：それにしても、わかっているのは辺ABと辺BCの12cmだけだから、やっぱり求められないのではないかな。

問題1 太郎君と花子さんの会話文をヒントに、図1の三角形の面積の出し方を、花子さんの会話文の空らんに入る形で説明しなさい。

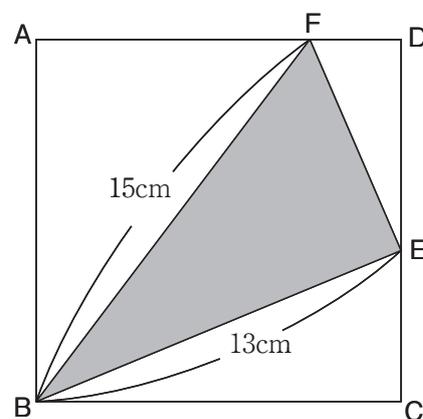
先生：最終的には図1のような図形の問題も解けるようになりますが、鉤股弦の定理について話す前に、いくつか確認しておくことにしましょう。正方形の面積の求め方は知っていますね。

太郎：1辺×1辺、です。

先生：そうですね。正方形はすべての辺の長さが等しいので、たとえば1辺2cmの正方形であれば、1辺×1辺は2×2で面積は4となります。この2×2のように同じ数を2つかけることを2乗じょうといって 2^2 と書き表します。2×2×2なら、同じ数を3つかけているので3乗じょうといって 2^3 と書き表すのです。

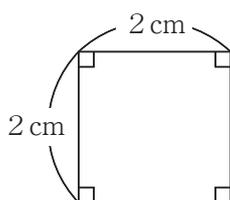


図1



太郎： $2 \times 2 \times 2 \times 2$ は4乗で 2^4 となるのですね。

花子：右肩みぎかたにいくつかたのかを表す数字を小さく書く約束なのですね。



$$2 \times 2 = 2^2 = 4$$

(1辺 × 1辺) = (2乗) = (面積)

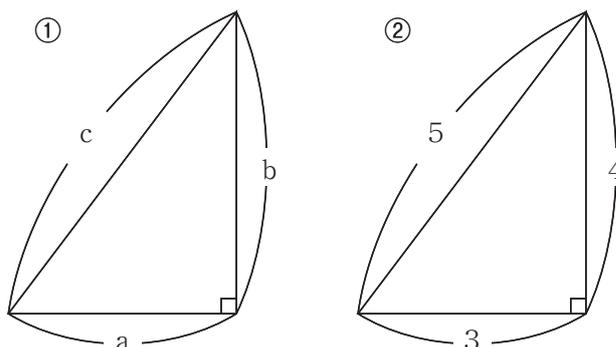
花子：なるほど。いままで深く考えずに使っていたけれど、① cm^2 や cm^3 の意味がようやくわかりました。

問題2 —— 線部①について、 cm^2 、 cm^3 という単位の意味を、会話文を参考にしてくわしく説明しなさい。

先生：この右肩しすうに書く数字のことを指数と呼びます。それでは、鉤股弦の定理について説明しましょう。図2の①のように、直角三角形の各辺を、短いものから順に $a \cdot b \cdot c$ としたとき、常に

$$a^2 + b^2 = c^2$$

図2



という関係が成り立つというのが鉤股弦

の定理です。たとえば図2の②の直角三角形の場合、 $a^2 + b^2 = c^2$ は $3^2 + 4^2 = 5^2$ となりますね。

花子：本当だ。 $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$ となっています。

先生：この鉤股弦の定理は、すべての直角三角形にあてはまりますが、特に3辺の長さがすべて整数となる場合はめずらしいのです。

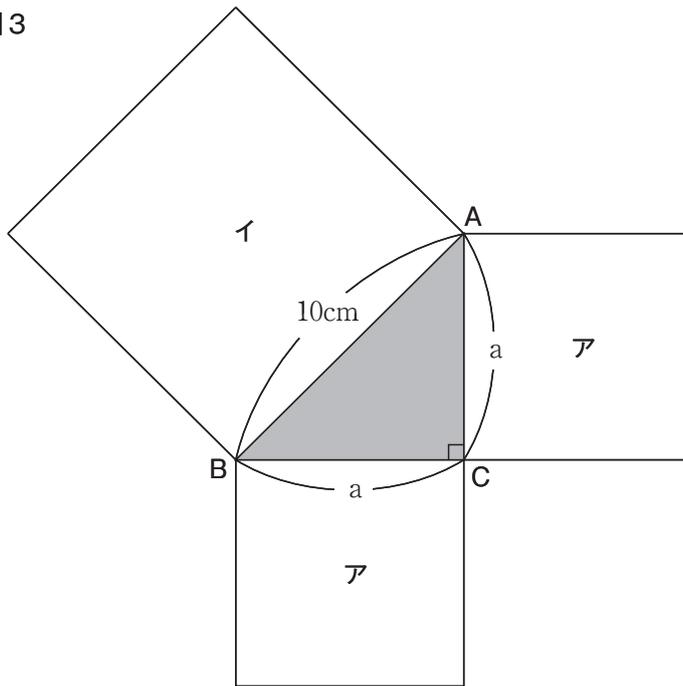
花子：先生、 $3 \cdot 4 \cdot 5$ をそれぞれ2倍した $6 \cdot 8 \cdot 10$ も3辺の長さがすべて整数になっています。

先生：よく気がつきましたね。それでは、このような考え方を利用して、いくつかの問題を解いてみましょう。② 図3の三角形ABCは斜辺しやへんが10cmの直角二等辺三角形です。この直角二等辺三角形において鉤股弦の定理が成り立っていることを、実際の数値を用いて説明してみましょう。

太郎： $a^2 + a^2 = 10^2$ であることを、実際の数値を使って説明すればよいのですね。

花子： a^2 というのは正方形Aの面積のことですね。

図3



問題3 — 線部②について、図や会話文を参考にして、直角二等辺三角形ABCにおいて鉤股弦の定理が成り立っていることを、数値や式を用いて説明しなさい。

先生：それでは、最後に今日の授業の最初に用意した問題を解いてみましょう。

問題4 図1の、三角形BEFの面積を求めなさい。

図1

